

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского»**

«Утверждаю»

**Генеральный директор по учебной и методической
деятельности**

Н.В.Кармазина



ПРОГРАММА

**вступительного испытания по предмету «МАТЕМАТИКА»
для лиц, поступающих на базе среднего общего образования**

Разработчики программы

1. Марягин Б.Д., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа Физико-технического института ФГАОУ ВО «КФУ им В.И. Вернадского».
2. Муратов М.А., доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой математического анализа Физико-технического института ФГАОУ ВО «КФУ им В.И. Вернадского».
3. Рудницкий О.И., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа Физико-технического института ФГАОУ ВО «КФУ им В.И. Вернадского».
4. Смирнова С.И., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа Физико-технического института ФГАОУ ВО «КФУ им В.И. Вернадского».

ф: КФУ им

кафедрой
КФУ им

и
им

1. Пояснительная записка

Программа вступительного экзамена по математике разработана для абитуриентов, имеющих право проходить вступительные испытания в форме, устанавливаемой Университетом самостоятельно. Материалы программы имеют целью оказать помощь абитуриентам в подготовке к вступительному экзамену по математике, который проводится Университетом, с учетом соответствия уровня сложности вступительных испытаний уровню сложности ЕГЭ по математике.

Форма проведения вступительного испытания – компьютерное тестирование.

Тесты составлены на основе программы вступительного экзамена по математике, разработанной предметной комиссией КФУ по математике, которая соответствуют учебной программе общеобразовательных учебных заведений.

В тестовой части вступительного экзамена по математике абитуриенту предлагается ряд вопросов или заданий, на которые он должен дать правильные ответы. Обычно время на выполнение тестовой части ограничено, поэтому необходимо хорошо распланировать свое время и использовать его эффективно. Тестовая часть включает в себя различные темы математики, такие как алгебра, тригонометрия, геометрия, математический анализ и другие. Вопросы могут быть как теоретическими, требующими знания определений и основных концепций, так и практическими, где абитуриенту необходимо применить свои математические навыки для решения задач. Все вопросы или задания тестовой части имеют определенную структуру и формат. Они представлены в виде одиночного выбора. Важно внимательно читать каждое задание и точно выполнять его требования.

Время выполнения теста – 60 минут.

Использование справочных материалов (учебники, учебные пособия, справочники и т.п.), электронных средств запоминания и хранения информации, средств связи (телефоны, наушники и др.), электронно-вычислительной техники (калькуляторы, др.) не допускается.

Результаты вступительного испытания по математике оцениваются по 100-балльной шкале.

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться поступающими.

Целью вступительного испытания по математике является выявление базовых знаний и умений абитуриента по математике, сформированных при изучении

основных содержательных разделов математики в общеобразовательных организациях, и их оценка.

Задачи письменного тестирования по математике заключается в том, чтобы оценить знания и умения абитуриентов:

1. Умение выполнять вычисления и преобразования

- 1.1. Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма
- 1.2. Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования
- 1.3. Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции

2. Умение решать уравнения и неравенства

- 2.1. Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы
- 2.2. Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод
- 2.3. Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы

3. Умение выполнять действия с функциями

- 3.1. Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить и изученные функции
- 3.2. Вычислять производные и первообразные элементарных функций
- 3.3. Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции

4. Умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

- 4.1. Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)
- 4.2. Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы
- 4.3. Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами

5. Умения строить и исследовать простейшие математические модели

- 5.1. Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
- 5.2. Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем,

аппарат алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин

5.3. Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения

5.4. Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий

6. Умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

6.1. Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах

6.2. Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках

6.3. Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, нахождение скорости и ускорения

Содержание программы

1 Алгебра

1.1 Числа, корни и степени

1.1.1 Целые числа

1.1.2 Степень с натуральным показателем

1.1.3 Дроби, проценты, рациональные числа

1.1.4 Степень с целым показателем

1.1.5 Корень степени $n > 1$ и его свойства

1.1.6 Степень с рациональным показателем и её свойства

1.1.7 Свойства степени с действительным показателем

1.2 Основы тригонометрии

1.2.1 Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла

1.2.2 Радианная мера угла

1.2.3 Синус, косинус, тангенс и котангенс числа

1.2.4 Основные тригонометрические тождества

1.2.5 Формулы приведения

1.2.6 Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов

1.2.7 Синус и косинус двойного угла

1.3 Логарифмы

1.3.1 Логарифм числа

1.3.2 Логарифм произведения, частного, степени

1.3.3 Десятичный и натуральный логарифмы, число e

1.4 Преобразования выражений

1.4.1 Преобразования выражений, включающих арифметические операции

1.4.2 Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень

1.4.3 Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени

1.4.4 Преобразования тригонометрических выражений

1.4.5 Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования

1.4.6 Модуль (абсолютная величина) числа

2 Уравнения и неравенства

2.1 Уравнения

2.1.1 Квадратные уравнения

2.1.2 Рациональные уравнения

2.1.3 Иррациональные уравнения

2.1.4 Тригонометрические уравнения

2.1.5 Показательные уравнения

2.1.6 Логарифмические уравнения

2.1.7 Равносильность уравнений, систем уравнений

2.1.8 Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными

2.1.9 Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных

2.1.10 Использование свойств и графиков функций при решении уравнений

2.1.11 Изображение на координатной плоскости множества

решений уравнений с двумя переменными и их систем

2.1.12 Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений

2.2 Неравенства

2.2.1 Квадратные неравенства

2.2.2 Рациональные неравенства

2.2.3 Показательные неравенства

2.2.4 Логарифмические неравенства

2.2.5 Системы линейных неравенств

2.2.6 Системы неравенств с одной переменной

2.2.7 Равносильность неравенств, систем неравенств

2.2.8 Использование свойств и графиков функций при решении неравенств

2.2.9 Метод интервалов

2.2.10 Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем

3 Функции

3.1 Определение и график функции

3.1.1 Функция, область определения функции

3.1.2 Множество значений функции

3.1.3 График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях

3.1.4 Обратная функция. График обратной функции

3.1.5 Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат

3.2 Элементарное исследование функций

3.2.1 Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания

3.2.2 Чётность и нечётность функции

3.2.3 Периодичность функции

3.2.4 Ограниченность функции

3.2.5 Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции

3.2.6 Наибольшее и наименьшее значения функции

3.3 Основные элементарные функции

3.3.1 Линейная функция, её график

3.3.2 Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график

3.3.3 Квадратичная функция, её график

3.3.4 Степенная функция с натуральным показателем, её график

3.3.5 Тригонометрические функции, их графики

3.3.6 Показательная функция, её график

3.3.7 Логарифмическая функция, её график

4 Начала математического анализа

4.1 Производная

4.1.1 Понятие о производной функции, геометрический смысл производной

4.1.2 Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком

4.1.3 Уравнение касательной к графику функции

4.1.4 Производные суммы, разности, произведения, частного

- 4.1.5 Производные основных элементарных функций
 - 4.1.6 Вторая производная и её физический смысл
 - 4.2 *Исследование функций*
 - 4.2.1 Применение производной к исследованию функций и построению графиков
 - 4.2.2 Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах
 - 4.3 *Первообразная и интеграл*
 - 4.3.1 Первообразные элементарных функций
 - 4.3.2 Примеры применения интеграла в физике и геометрии
- ## 5 Геометрия
- 5.1 *Планиметрия*
 - 5.1.1 Треугольник
 - 5.1.2 Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат
 - 5.1.3 Трапеция
 - 5.1.4 Окружность и круг
 - 5.1.5 Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника
 - 5.1.6 Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника
 - 5.1.7 Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника
 - 5.2 *Прямые и плоскости в пространстве*
 - 5.2.1 Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых
 - 5.2.2 Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства
 - 5.2.3 Параллельность плоскостей, признаки и свойства
 - 5.2.4 Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах
 - 5.2.5 Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства
 - 5.2.6 Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур
 - 5.3 *Многогранники*
 - 5.3.1 Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма
 - 5.3.2 Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде
 - 5.3.3 Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида
 - 5.3.4 Сечения куба, призмы, пирамиды
 - 5.3.5 Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)
 - 5.4 *Тела и поверхности вращения*
 - 5.4.1 Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
 - 5.4.2 Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
 - 5.4.3 Шар и сфера, их сечения
 - 5.5 *Измерение геометрических величин*
 - 5.5.1 Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности

5.5.2 Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями

5.5.3 Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника

5.5.4 Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями

5.5.5 Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора

5.5.6 Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы

5.5.7 Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара

5.6 Координаты и векторы

5.6.1 Координаты на прямой, декартовы координаты на плоскости и в пространстве

5.6.2 Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы

5.6.3 Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число

5.6.4 Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам

5.6.5 Компланарные векторы. Разложение по трём некомпланарным векторам

5.6.6 Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами

6 Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

6.1 Элементы комбинаторики

6.1.1 Поочередный и одновременный выбор

6.1.2 Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона

6.2 Элементы статистики

6.2.1 Табличное и графическое представление данных

6.2.2 Числовые характеристики рядов данных

6.3 Элементы теории вероятностей

6.3.1 Вероятности событий

6.3.2 Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач

Литература для подготовки

1. Райцин, А. М. Элементарная математика / А. М. Райцин. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 244 с. — ISBN 978-5-507-48065-4. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/362867>
2. Бочков Б.Г. 3000 задач вступительных экзаменов по математике. — М.: МГУИЭ, 2006. -165 с.
3. Иванов А.П. Тематические тесты для систематизации знаний по математике. Ч. 1: Учеб. пособие. Изд. 3-е, испр. и доп. — М: Физматкнига, 2004. — 176 с.
4. Алгебра и начала математического анализа. Сборник примерных рабочих программ. 10-11 классы: учеб. пособие для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / сост. Т. А. Бурмистрова. 3-е изд., доп. М.: Просвещение, 2019. 189 с.
5. Лунгу К. Н. Тесты по математике для абитуриентов. — М.: Айрис-пресс, 2006: — 352 с.
6. Гусев, В. А. Математика. Геометрия. Базовый уровень: 10—11 классы: учебник для среднего общего образования / В. А. Гусев, И. Б. Кожухов, А. А. Прокофьев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 281 с. — (Общеобразовательный цикл). — ISBN 978-5-534-16085-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/530392>
7. Богомолов, Н. В. Алгебра и начала анализа : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 240 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09525-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511954>
8. Богомолов, Н. В. Геометрия : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 108 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09528-9. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511955>
9. Ткачук В.В. Математика — абитуриенту. — М.: МЦНМО, 2018. — 944 с.
- 11.Математика: Новый полный справочник школьника для подготовки к ЕГЭ / А.Г. Мордкович, В.И. Глизбург, Н.Ю. Лаврентьева. — Москва: Издательство АСТ, 2019. — 351 с.
- 12.ЕГЭ: 4000 задач с ответами по математике. Все задания "Закрытый сегмент". Базовый и профильный уровни / под ред. И. В. Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», 2020. – 703 с.